EC1311 Septiembre Diciembre 2012 Soluciones a la primera evaluación.

No. 1 $\alpha\mathbf{A} = 5\alpha\mathbf{a}_x + 3\alpha\mathbf{a}_y + 2\alpha\mathbf{a}_z$ El vector suma sólo tendrá componentes en $\mathbf{a}_y$.

$\beta\mathbf{B} = -\beta\mathbf{a}_x + 4\beta\mathbf{a}_y + 6\beta\mathbf{a}_z$ $5\alpha - \beta + 8 = 0$ $\alpha = -3/2$

$\mathbf{C} = 8\mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y$ $\alpha + 3\beta = 0$ $\beta = 1/2$

$\mathbf{D} = (3\alpha + 4\beta + 2)\mathbf{a}_y = (-9/2 + 2 + 2) = (8 - 9)/2 = -\mathbf{a}_y/2$

C yace en el plano de z = 0 y así $\mathbf{a}_n = \pm\,\mathbf{a}_z$ o también a través de **D** x **C**.

No. 2 $f = x^2y + z - 3$ **grad** $f = 2xy\mathbf{a}_x + x^2\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$ y en P es (−4, 1, 1)

$g = x\log z - y^2 + 4$ **grad** $g = \log z\,\mathbf{a}_x + 2y\mathbf{a}_y + (x/z)\mathbf{a}_z$ y en P es (0, −4, −1)

$|\mathbf{grad}\ f| = (18)^{1/2} = |\mathbf{grad}\ g| = (17)^{1/2}$ $(18\text{x}17)^{1/2}\cos\theta =$ **grad** f. **grad** g = −5

$$\theta = \arc\cos -5/(306)^{1/2} = 106.61°$$

No. 3 $\mathbf{a}_x = \cos\phi\,\mathbf{a}_\rho - \operatorname{sen}\phi\,\mathbf{a}_\phi$ $\mathbf{a}_y = \operatorname{sen}\phi\,\mathbf{a}_\rho + \cos\phi\,\mathbf{a}_\phi$

$$\mathbf{A} = -\operatorname{sen}^2\phi\cos\phi\,\mathbf{a}_\rho + \operatorname{sen}^3\phi\,\mathbf{a}_\phi + \operatorname{sen}^2\phi\cos\phi\,\mathbf{a}_\rho + \operatorname{sen}\phi\cos\phi\,\mathbf{a}_\phi + \rho\cos\phi\,\mathbf{a}_\rho$$

$$\mathbf{A} = \rho\cos\phi\,\mathbf{a}_\rho + \operatorname{sen}\phi(\operatorname{sen}^2\phi + \cos^2\phi)\mathbf{a}_\phi = \rho\cos\phi\,\mathbf{a}_\rho + \operatorname{sen}\phi\,\mathbf{a}_\phi$$

$$\oint \mathbf{A}.d\mathbf{l} = \int_0^2 + \int_2^{-2} + \int_{-2}^0 = I_1 + I_2 + I_3$$

Trayecto 0 a 2, $\phi = 0$, dl = dρ $I_1 = \int_0^2 \rho\, d\rho = \rho^2/2\Big|_0^2 = 2$

Arco de ρ = 2, $d\mathbf{l} = \rho d\rho\mathbf{a}_\phi$ $\mathbf{A} = \operatorname{sen}\phi\,\mathbf{a}_\phi$ $I_2 = \int_0^\pi 2\operatorname{sen}\phi\, d\phi = -2\cos\phi\big|_0^\pi = 4$

Trayecto −2 a 0, $\phi = \pi$, dl = dρ $\int_{-2}^0 -\rho\, d\rho = \rho^2/2\Big|_0^2 = 2$ $\oint \mathbf{A}.d\mathbf{l} = 8$

No. 4 $\operatorname{div}.\mathbf{A} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\rho) = 4\rho^2$ dV = dρρdϕdz

$$\int \operatorname{div}.\mathbf{A}\, dV = 4\int_0^5 dz \int_1^2 \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} d\phi = 4\text{x}5\text{x}2\pi\left[\frac{\rho^4}{4}\right]_1^2 = 10\pi(16-1) = 150\pi$$

A es en la dirección $\mathbf{a}_\rho$, el flujo es sólo por los elementos de superficie dados por

$$d\mathbf{s} = \rho d\phi dz\mathbf{a}_\rho \qquad \int_s \mathbf{A}.d\mathbf{s} = \int_S \rho^4\, d\varphi\, dz = 2\pi \text{ x } 5 \text{ x } (2^4 - 1) = 150\pi$$

que es el mismo resultado obtenido anteriormente.